

A. Bilangan

Bilangan termasuk objek matematika yang digunakan untuk perhitungan, pengukuran, dan pelabelan. Bilangan merupakan istilah yang tidak didefinisikan (*undefined term*). Simbol atau lambang yang digunakan untuk mewakili suatu bilangan disebut angka. Contoh angka (digit) adalah 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dan 9.

Berikut ini adalah hal-hal yang perlu diperhatikan dalam operasi hitung pada bilangan:

1. Penjumlahan dan pengurangan berada pada tingkat yang sama.
2. Perkalian dan pembagian berada pada tingkat yang sama.
3. Operasi perkalian dan pembagian lebih tinggi tingkatannya daripada operasi penjumlahan dan pengurangan sehingga harus dikerjakan terlebih dahulu.
4. Apabila terdapat operasi hitung campuran setingkat, maka yang harus dikerjakan terlebih dahulu adalah yang terletak sebelah kiri.
5. Apabila dalam operasi hitung campuran terdapat tanda kurung, maka yang terlebih dahulu dikerjakan adalah operasi hitung yang terletak pada tanda kurung.

Contoh:

$$\begin{aligned}9: 3 + 8 \times 5 - 6: (2 + 1) &= 9: 3 + 8 \times 5 - 6: 3 \\ &= 3 + 40 - 2 \\ &= 41\end{aligned}$$

Bilangan terkecil yang merupakan kelipatan dari beberapa bilangan disebut Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK).

Bilangan terbesar pada faktor persekutuan beberapa bilangan disebut Faktor Persekutuan Terbesar (FPB).

Contoh: Tentukan FPB dan KPK dari 18 dan 24!

Penyelesaian:

Faktor-faktor dari 18 adalah 1, 2, 3, 6, 9, 18.

Faktor-faktor dari 24 adalah 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

Faktor-faktor persekutuan dari 18 dan 24 adalah 1, 2, 3, 6.

Dengan demikian, FPB dari 18 dan 24 adalah 6.

Kelipatan 18 adalah 18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144, 162, 180, ...

Kelipatan 24 adalah 24, 48, 72, 96, 120, 144, 168, 192, ...

Kelipatan persekutuan dari 18 dan 24 adalah 72, 144, 216, ...

Dengan demikian, KPK dari 18 dan 24 adalah 72.

B. Aljabar

1. HIMPUNAN

Definisi: Suatu himpunan adalah suatu kumpulan objek yang terdefinisi dengan baik.

Dari definisi di atas, hal yang perlu ditekankan adalah kata-kata **terdefinisi dengan baik**. Maksud dari kata-kata tersebut adalah bahwa ketika kita akan menentukan apakah suatu kumpulan objek disebut himpunan atau tidak, dapat terlihat dengan mudah bahwa anggota-anggotanya (disebut juga elemen atau unsur) termasuk dalam himpunan itu atau tidak.

Untuk penulisan himpunan itu sendiri sebenarnya ada beberapa metode untuk menuliskannya. Namun, dalam modul ini hanya akan memakai metode mendaftar semua anggotanya di antara dua tanda kurung kurawal dan masing-masing anggotanya dipisahkan oleh tanda koma. Untuk penamaan himpunan biasanya digunakan huruf besar (huruf kapital) sedangkan untuk penamaan anggotanya digunakan huruf kecil. Misalnya jika x adalah anggota dari himpunan X , maka kita tuliskan sebagai $x \in X$. Namun jika x bukan anggota dari himpunan X , maka kita tuliskan sebagai $x \notin X$.

Contoh:

- 1) Suatu himpunan yang memuat bilangan-bilangan 1, 2, 3, 4, 5, dan 6 dituliskan sebagai $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- 2) Himpunan $\{1, 6, \{\text{mawar}\}, \{3, 4, 5\}\}$ terdiri dari empat anggota, yaitu bilangan 1, bilangan 6, $\{\text{mawar}\}$, dan $\{3, 4, 5\}$.

Dalam hal contoh himpunan bilangan, berikut akan diberikan beberapa contoh himpunan bilangan yang sering digunakan.

- 1) Himpunan bilangan asli, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$
- 2) Himpunan bilangan cacah ditulis $\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$
- 3) Himpunan bilangan bulat, $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
- 4) Himpunan bilangan rasional (\mathbb{Q}) adalah himpunan semua bilangan yang berbentuk $\frac{p}{q}$ dengan p dan q adalah bilangan bulat, serta $q \neq 0$. Contoh bilangan rasional, yaitu $\frac{1}{2}$, 3, dan $\frac{26}{7}$. 2,75 juga termasuk bilangan rasional. Contoh lainnya, yaitu bilangan desimal berulang seperti 2,3535353535... .
- 5) Himpunan bilangan irasional adalah himpunan bilangan bukan rasional. Contohnya, $\sqrt{3}$ dan π .
- 6) Himpunan bilangan real (\mathbb{R}) merupakan gabungan dari himpunan bilangan

rasional dan himpunan bilangan irasional. Suatu bilangan rasional dapat direpresentasikan ke dalam bilangan desimal di mana pola bilangan di belakang koma berulang mengikuti suatu pola, sedangkan bilangan irasional tidaklah demikian.

7) Himpunan bilangan kompleks, $\mathbb{C} = \{z = a + bi \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ dengan $i = \sqrt{-1}$.

Selain contoh himpunan di atas, dikenal pula **himpunan kosong** (*empty set*) yang didefinisikan sebagai berikut.

Definisi: Suatu himpunan yang tidak mempunyai anggota disebut himpunan kosong dan dinotasikan dengan \emptyset atau $\{\}$.

Untuk memperjelas pemahaman kita mengenai himpunan kosong ada baiknya kita pahami penjelasan berikut.

$\{\emptyset\}$ adalah himpunan yang memuat himpunan kosong. Himpunan ini hanya mempunyai satu anggota. Perhatikan bahwa kita boleh menuliskan $\emptyset \in \{\emptyset\}$, namun tidak benar bahwa $\emptyset \in \emptyset$.

Selanjutnya, kita akan belajar mengenai relasi dua himpunan dan belajar mengenai kardinalitas (banyaknya anggota) suatu himpunan.

Definisi: Dua himpunan dikatakan **sama** jika keduanya memiliki anggota-anggota yang sama. Jika himpunan X sama dengan himpunan Y , maka kita tuliskan $X = Y$. Jika kedua himpunan tersebut tidak sama, maka dituliskan $X \neq Y$.

Sebagai ilustrasi, perhatikan contoh berikut.

- 1) Himpunan $\{5,7,8\}$ sama dengan himpunan $\{7,8,5\}$.
- 2) Himpunan \mathbb{R} tidak sama dengan himpunan \mathbb{N} , yakni $\mathbb{R} \neq \mathbb{N}$.

Definisi: Jika himpunan X memiliki anggota yang berhingga banyaknya, maka dikatakan bahwa X adalah **himpunan hingga**. Jika X himpunan hingga, maka banyaknya anggotanya disebut sebagai **kardinalitas dari X** dan dinotasikan dengan $|X|$.

Sebagai contoh, himpunan $\{2, 3, 5, 7\}$ memiliki kardinalitas 4. Jadi, $|X| = 4$.

Selanjutnya kita akan membahas dua relasi yang penting antardua himpunan, yakni **subset** dan **proper subset**.

Definisi: Misalkan X suatu himpunan. Suatu himpunan Y dikatakan

himpunan bagian (subset) dari X jika setiap anggota dari Y adalah anggota dari X dan dinotasikan sebagai $Y \subseteq X$. Suatu subset Y dari X dikatakan **proper subset** dari X jika $Y \neq X$ dan dinotasikan sebagai $Y \subset X$.

Untuk memperdalam pemahaman kita mengenai **subset** dan **proper subset**, marilah kita pahami contoh berikut.

- 1) Himpunan $Y = \{1, 2, 3\}$ adalah subset dari himpunan $X = \{1, 2, 3, \{3, 4\}\}$, namun himpunan $\{1, 2, 3\}$ bukan subset dari himpunan $\{2, 3, 4\}$ atau $\{2, 3\}$.
- 2) Himpunan $\{1, 2, 5\}$ adalah proper subset dari $\{-6, 0, 1, 2, 3, 5\}$. Namun untuk sebarang himpunan X , himpunan bagian X bukanlah proper subset dari X

Selanjutnya untuk pembahasan operasi pada himpunan, pada modul ini dibatasi pada operasi gabungan (*union*), irisan (*intersection*), selisih (*difference*), komplemen (*complement*), dan perkalian.

Definisi: Misalkan X dan Y adalah himpunan.

- 1) Gabungan dari X dan Y , dinotasikan $X \cup Y$, adalah suatu himpunan yang terdiri dari anggota-anggota di X atau di Y , atau di keduanya, yakni $X \cup Y = \{x \mid x \in X \text{ atau } y \in Y\}$.
- 2) Irisan dari X dan Y , dinotasikan $X \cap Y$, adalah suatu himpunan yang terdiri dari anggota-anggota X dan anggota-anggota Y , yakni $X \cap Y = \{x \mid x \in X \text{ dan } y \in Y\}$.
- 3) Selisih dari X dan Y , dinotasikan $X \setminus Y$, adalah himpunan unsur-unsur (anggota) yang berada di X namun tidak berada di Y . Dengan kata lain kita membuang unsur-unsur Y yang berada di X . Jika Y subset dari X , maka $X \setminus Y$ disebut juga sebagai **komplemen** dari Y di X dan dinotasikan sebagai Y^c .
- 4) Perkalian dari X dan Y , dinotasikan $X \times Y$, adalah himpunan semua pasangan (x, y) yang mungkin di mana $x \in X$ dan $y \in Y$, yakni $X \times Y = \{(x, y) \mid x \in X \text{ dan } y \in Y\}$.

Selanjutnya, untuk memperdalam pemahaman kita mengenai gabungan, irisan, subset, proper subset, selisih, komplemen, dan perkalian pada himpunan, perhatikan contoh-contoh berikut.

Misalkan $A = \{1, 2, 6\}$ dan $B = \{2, 3, 7\}$. Maka

- 1) Gabungan dari A dan B adalah $A \cup B = \{1,2,3,6,7\}$,
- 2) Irisan dari A dan B adalah $A \cap B = \{2\}$,
- 3) Selisih dari A dan B adalah $A \setminus B = \{1,6\}$,
- 4) Komplemen dari A adalah $A^c = \{3,4,5,7,8,9,10\}$,
- 5) Perkalian dari A dan B adalah
 $A \times B = \{(1,2), (1,3), (1,7), (2,2), (2,3), (2,7), (6,2), (6,3), (6,7)\}$.